## 9.1 Trillingen

**Opgave 1**

a Na een bepaalde tijd herhaalt de beweging zich. Dus de beweging van het hart is een periodieke beweging.

b Nee, de beweging van het hart is geen trilling. Er is geen evenwichtsstand waaromheen wordt bewogen.

c De frequentie bereken je met de periode.
De periode bepaal je met behulp van figuur 9.7 van het basisboek.

In figuur 9.7 van het basisboek is de afstand tussen de twee R-pieken 5,0 cm.
1 cm komt overeen met 0,25 s.
De periode $T$ is 5,0 × 0,25 = 1,25 s.

$$f = \frac{1}{T}$$

$$f = \frac{1}{1{,}25} = 0{,}80 \text{ Hz}$$

0,80 Hz betekent 0,80 slagen per seconde.
In 1 minuut zijn er dan 60 × 0,80 = 48 slagen.
De frequentie is dus 48 min$^{-1}$.

d De grootte van de spanningspiek is de hoogte boven de vlakke lijn tussen twee hartslagen.
De top van de R-piek ligt 2,4 cm boven de vlakke lijn.
1 cm komt overeen met 500 μV.
De grootte van de spanningspiek is dus 2,4 × 500μV = 1,2·10$^3$ μV = 1,2 mV.

**Opgave 2**

a De frequentie bereken je met de periode.
De periode bereken je met de tijd die nodig is voor tien volledige trillingen.

Kees meet 7,9 s over 10 volledige trillingen. De trillingstijd $T$ is dus $\frac{7{,}9}{10}$ =0,79 s.

$$f = \frac{1}{T}$$

$$f = \frac{1}{0{,}79}$$

$f$ = 1,265 Hz
Afgerond: $f$ =1,3 Hz

b Bij een tijdmeting met de hand hangt de meetonzekerheid voornamelijk af van de reactietijd bij het starten en stoppen van de stopwatch of timer. Die reactietijd is ongeveer hetzelfde voor elke meting. Bij een meting van 10 trillingstijden wordt de meetonzekerheid verdeeld over 10 trillingstijden. De meetonzekerheid per trillingstijd is dus kleiner dan die bij het meten van slechts één trillingstijd.

c Kees kan het best de stopwatch indrukken in de uiterste stand boven of onder. Dan lijkt het blokje even stil te hangen. De evenwichtsstand is moeilijk waar te nemen omdat het blokje dan te snel beweegt.

**Opgave 3**

a Uit het diagram van figuur 9.8 blijkt dat de beweging zich na elke 0,125 s herhaalt. Je ziet in figuur 9.8 ook dat de evenwichtsstand $u$ = 0 steeds wordt gepasseerd.

b De amplitude is de maximale uitwijking ten opzichte van de evenwichtsstand: $A = |u_{max}|$.
In figuur 9.8 blijkt dat de uitwijking varieert tussen −4,0 cm en +4,0 cm.
Dus $A$ = 4,0 cm.

c De trillingstijd is de tijd die nodig is voor een volledige beweging, en is gelijk aan de periode.
In figuur 9.8 lees je af dat de beweging zich elke 0,125 s herhaalt.
Dus $T$ = 0,125 s.

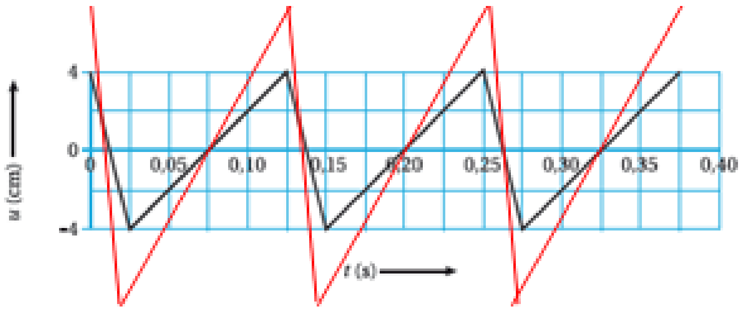
d De frequentie bereken je met de periode.

$f = \frac{1}{T}$

$f = \frac{1}{0{,}125}$

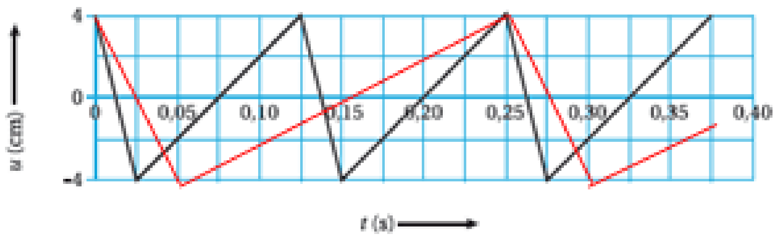
*f* = 8,00 Hz

e Een twee keer zo grote amplitude betekent dat de uiterste standen twee keer zo ver, dus 8,0 cm van de evenwichtsstand afliggen.
Zie figuur 9.1.




**Figuur 9.1**

f Een twee keer zo kleine frequentie betekent dat de trillingstijd twee keer zo groot is.
Zie figuur 9.2.




**Figuur 9.2**

**Opgave 4**

a De frequentie bereken je met de trillingstijd.
De trillingstijd bepaal je met de tijdbasis en het aantal schaaldelen per periode.
Het aantal schaaldelen per periode bepaal je uit het oscillogram.

Figuur 9.a
In deze figuur zie je 1,5 trilling voor 10 schaaldelen.
Een periode duurt $\frac{10}{1{,}5}$ = 6,666 schaaldelen.
De tijdbasis is 1 ms/div.
De trillingstijd *T* is dan 6,666 × 1 = 6,666 ms = $6{,}666 \cdot 10^{-3}$ s.

$f = \frac{1}{T}$

$f = \frac{1}{6{,}666 \cdot 10^{-3}}$

*f* = $1{,}5 \cdot 10^{2}$ Hz

Figuur 9.b
In deze figuur zie je 2,25 trillingen voor 10 schaaldelen.

Een periode duurt $\frac{10}{2,25}$ = 4,444 schaaldelen.
De tijdbasis is 0,5 ms/div.
De trillingstijd $T$ is dan 4,444 × 0,5 = 2,222 ms = 2,222·10$^{-3}$ s.

$f = \frac{1}{T}$

$f = \frac{1}{2,222 \cdot 10^{-3}}$

$f$ = 4,5·10$^{2}$ Hz

b De instelling van de tijdbasis bereken je met de trillingstijd en het aantal trillingen in het oscillogram.
De trillingstijd bereken je met de frequentie.

$f = \frac{1}{T}$

$300 = \frac{1}{T}$

$T$ = 3,333·10$^{-3}$ s

Figuur 10.a
In dit oscillogram zie je 6 trillingen over 10 schaaldelen.
Deze 6 trillingen duren 6 × 3,333·10$^{-3}$ = 0,020 s.
Een schaaldeel duurt dan $\frac{0,020}{10}$ = 0,002 s = 2 ms.
De tijdbasis is dus 2,0 ms/div.

Figuur 10.b
In dit oscillogram zie je 1,5 trillingen over 10 schaaldelen.
Deze 1,5 trillingen duren 1,5 × 3,333·10$^{-3}$ = 0,005 s.
Een schaaldeel duurt dan $\frac{0,005}{10}$ = 0,0005 s = 0,5 ms.
De tijdbasis is dus 0,50 ms/div.

**Opgave 5**

a In figuur 9.11 zie je twee volledige trillingen in 2,70 s.

$T = \frac{2,70}{2}$ = 1,35 s

b Het faseverschil bereken je met de trillingstijd en het tijdsverschil tussen de punten P en Q.
Het tijdsverschil tussen de punten P en Q bepaal je met behulp van figuur 9.11.

In figuur 9.11 lees je de tijden bij punt P en punt Q af: $t_P$ = 1,10 s en $t_Q$ = 1,80 s.
$\Delta t$ = 1,80 – 1,10 = 0,70 s

$\varphi = \frac{\Delta t}{T}$

$\Delta\varphi = \frac{0,70}{1,35}$

$\Delta\varphi$ = 0,5185
Afgerond: $\Delta\varphi$ = 0,52

c Slinger 1 heeft een positieve uitwijking als slinger 2 een negatieve uitwijking heeft, en omgekeerd. Het tijdsverschil tussen beide slingers is precies een halve trillingstijd.
Dus is het faseverschil $\Delta\varphi = \frac{0,5T}{T} = 0,50$ .

## 9.2 Harmonische trilling

**Opgave 6**

a De veerconstante bereken je met formule voor de veerkracht.
De veerkracht volgt uit de zwaartekracht.
De zwaartekracht bereken je met de formule voor de zwaartekracht.

$F_{zw} = m \cdot g$
$m$ = 150 g = 0,150 kg (Afstemmen van eenheden)
$g$ = 9,81 m/s$^2$
$F_{zw}$ = 9,81 × 0,150 = 1,4715 N

$F_{veer} = C \cdot u$
$F_{veer} = F_{zw}$ (Want er is evenwicht van krachten)
$u$ = 13,5 cm = 0,135 m (Afstemmen van eenheden)
1,4715 = $C$ × 0,135
$C$ = 10,9 N/m

b De veerconstante bereken je met formule voor de trillingstijd van een massa-veersysteem.
De trillingstijd bereken je met de tijd voor tien trillingen.

10$T$ = 7,41 s
$T$=0,741 s

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}}$$

$m$ = 150 g = 0,150 kg

$$0,741 = 2\pi\sqrt{\frac{0,150}{C}}$$

$C$ 10,78 N/m
Afgerond: $C$ = 10, 8 N/m
(Dit is bijna hetzelfde als de uitkomst van vraag a. De kleine afwijking is het gevolg van meetonzekerheid).

c Nee. Door het blokje verder omlaag te trekken ontstaat een trilling met een grotere amplitude.
De trillingstijd hangt niet af van de amplitude, maar alleen van de massa en de veerconstante.
Die zijn niet veranderd en de trillingstijd dus ook niet.

d Elise kan een grotere massa aan de veer hangen of zij kan een slappere veer gebruiken.

**Opgave 7**

a $u = A \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right)$

$A = |u_{max}| = 1,0\text{ cm}$ (Aflezen in figuur 9.17 van het basisboek)
$T$ = 2,0 s (Aflezen in figuur 9.17 van het basisboek)

$u = 1,0 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{2} \cdot t\right) = 1,0 \cdot \sin(\pi t)$ .

$u = 1,0 \cdot \sin(\pi t)$

b Met $t$ = 0,70s
$u = 1,0 \times \sin(0,70 \cdot \pi) = 0,81\text{ cm}$ .
$u$ = 0,809 cm (De rekenmachine moet in radialen (RAD) rekenen.)
Afgerond: 0,81 cm
Aflezen van fig. 9.17 geeft dezelfde waarde.

Met $t$ = 1,2s
$u = 1,0 \cdot \sin(1,2 \cdot \pi) = -0,59\text{ cm}$
$u$ = −0,587 cm
Afgerond: $u$ = −0,59 cm

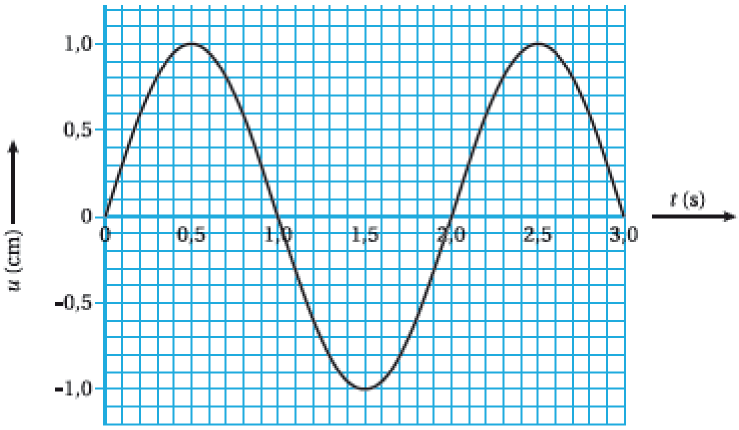
Aflezen van fig. 9.17 geeft dezelfde waarde.

c Voor een blokje aan een veer geldt $F_{res} = -C \cdot u$ . Wanneer je dit combineert met

$u = A \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right)$ volgt $F_{res} = -C \cdot u = -C \cdot A \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right) = -F_{max} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right)$.

Ook deze formule geeft een grafiek die sinusvormig is.

d Zie figuur 9.2.




**Figuur 9.3**

De belangrijkste kenmerken van je schets zijn:

- De kracht verandert sinusvormig met de tijd.
- De nulpunten van het ($F_{res}$,$t$)-diagram vallen samen met die van het ($u$,$t$)-diagram.
- De ($F_{res}$,$t$)-grafiek is gespiegeld ten opzichte van de ($u$,$t$)-grafiek.

e Hang je een tweede blokje met massa $m$ aan de veer, dan wordt de massa 2 keer zo groot.
De trillingstijd is recht evenredig met $\sqrt{m}$ . Als $m$ 2 keer zo groot wordt, wordt de trillingstijd dus $\sqrt{2}$ keer zo groot.
In figuur 9.17 geldt $T$ = 2,0 s. Dus in de nieuwe situatie geldt $T = \sqrt{2} \times 2{,}0 = 2{,}82$ s.
Afgerond: $T$ = 2,8 s

**Opgave 8**

a De veerconstante bereken je met formule voor de veerkracht.
De veerkracht volgt uit de zwaartekracht.
De zwaartekracht bereken je met de formule voor de zwaartekracht.

$F_{zw} = m \cdot g$
$m$ = 300,0 g = 0,3000 kg (Afstemmen van eenheden)
$g = 9{,}81$ m/s$^2$
$F_{zw} = 9{,}81 \times 0{,}3000 = 2{,}943$ N

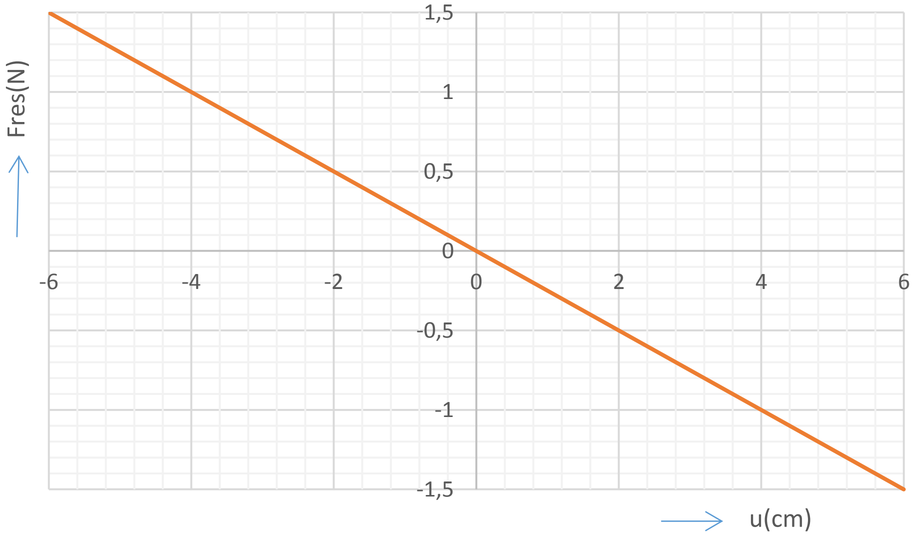
$F_{veer} = C \cdot u$
$F_{veer} = F_{zw}$ (Want er is evenwicht van krachten)
$C$ = 25,00 N/m
$2{,}943 = 25{,}00 \times u$
. $u$ = 0,1177 m = 11,77 cm

b De grootste uitrekking van de veer is 11,77 + 6,00 = 17,77 cm.
De kleinste uitrekking is 11,77 − 6,00 = 5,77cm.

c In de uiterste stand boven is de uitrekking het kleinst.
Voor de veerkracht geldt $F_{veer} = C \cdot u$ met $u$ = 5,77 cm = $5{,}77 \cdot 10^{-2}$ m.
$F_{veer} = 25{,}00 \times 5{,}77 \cdot 10^{-2} = 1{,}443$ N is. Deze veerkracht is naar boven gericht.
De zwaartekracht van 2,943 N is naar beneden is gericht.
$F_{res} = 1{,}443 - 2{,}943 = -1{,}50$ N

d In de uiterste stand beneden is de uitrekking het grootst.
Voor de veerkracht geldt $F_{veer} = C \cdot u$ met $u$ = 17,77 cm = $17{,}77 \cdot 10^{-2}$ m
$F_{veer} = 25{,}00 \times 17{,}77 \cdot 10^{-2} = 4{,}443$ N is. Deze veerkracht is naar boven gericht.
De zwaartekracht van 2,943 N is naar beneden gericht.
$F_{res} = 4{,}443 - 2{,}943 = 1{,}50$ N

e Zie figuur 9.4.




**Figuur 9.4**

f Voor een massa van 200,0 g geldt $F_{zw} = 9{,}81 \times 0{,}2000 = 1{,}962$ N.
Met $F_{veer} = C \cdot u$ bereken je dan de evenwichtsstand van 7,848 cm. De uitrekking varieert dus tussen 1,848 cm en 13,848 cm. De veerkrachten die hierbij horen zijn 0,4620 N en 3,4620 N. Voor $F_{res}$ worden deze krachten verminderd met de zwaartekracht van 1,962 N. Dit levert de resultaten van −1,50 N en +1,50 N, net als bij c en d.

g Voor de resulterende kracht geldt: $F_{res} = -C \cdot u$. Bij een blokje aan een veer is de krachtconstante $C$ gelijk aan de veerconstante. De massa speelt dus geen rol.

**Opgave 9**

a Gegeven is $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}}$

Beide zijden van deze vergelijking kwadrateren levert $T^2 = 4\pi^2 \cdot \frac{m}{C}$

Dit komt overeen met $T^2 = \frac{4\pi^2}{C} \cdot m$

b In figuur 9.19a liggen de meetpunten van Nabil horizontaal steeds 1,0 cm uit elkaar. Ook in figuur 9.19b is dat zo. De meetpunten verschillen steeds met de massa van 1 schijf, en deze is steeds 0,20 kg. Dus 1 cm komt overeen met 0,20 kg.

c Het eerste meetpunt in de figuren 9.19a en b hoort bij 0 ringen op de ruiter. In figuur 9.19b lees je dan 0,30 kg.

d De steilheid = $\frac{4{,}70 - 0{,}0}{110{,}0 - 0{,}0} = 4{,}272\ \frac{\mathrm{s}^2}{\mathrm{kg}}$

Afgerond: De steilheid bedraagt dus 4,3 s²/kg

e Voor de grafiek geldt $T^2 = \frac{4\pi^2}{C} \cdot m$. De steilheid is dan $\frac{4\pi^2}{C}$

$\frac{4\pi^2}{C} = 4{,}27$

$C$ = 9,24 kg/s²

Afgerond: $C$ = 9,2 kg/s$^2$

*Opmerking*

De vreemde eenheid is hetzelfde als N/m: $\text{N/m} = \frac{\text{N}}{\text{m}} = \frac{\text{kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-2}}{\text{m}} = \frac{\text{kg}}{\text{s}^2}$

**Opgave 10**

a De trillingstijd bereken je met de formule voor de trillingstijd van een massa-veersysteem.

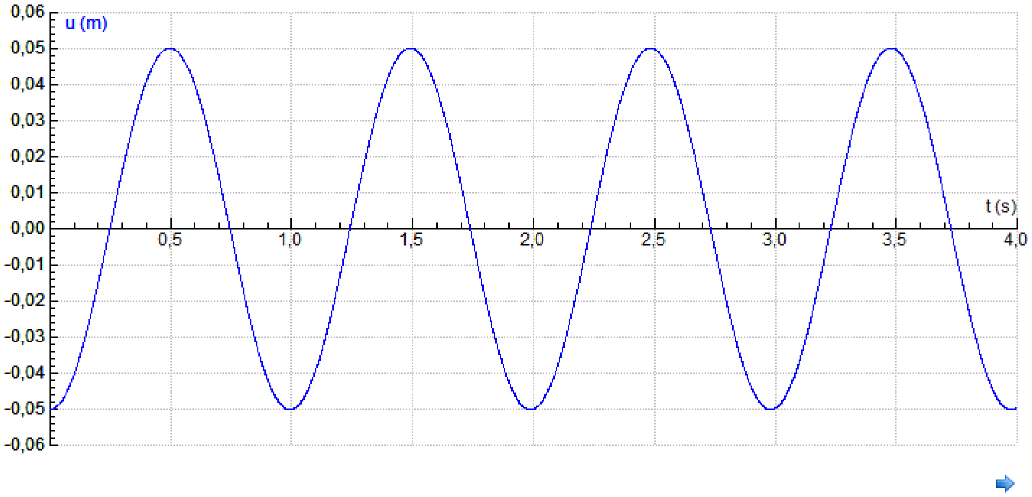
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}}$$

$m$ = 0,50 kg
$C$ = 20 N/m

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}50}{20}}$$

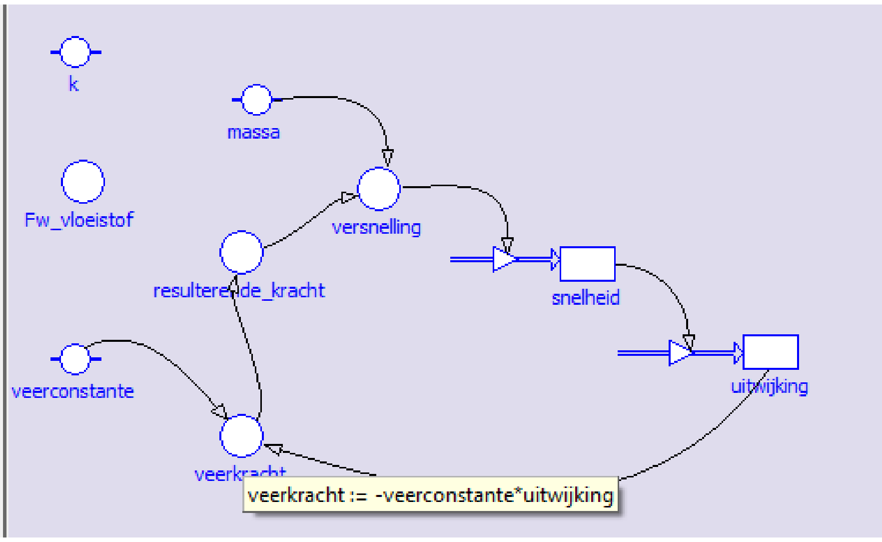
$T$ = 0,993 s
Afgerond: $T$ = 0,99 s.

b Het model geeft het ($u,t$)-diagram van figuur 9.5. Je ziet dat de trillingstijd iets kleiner is dan 1,0 s. Voor grotere nauwkeurigheid lees je meer periodes af, of gebruik de optie ‘uitlezen’.




**Figuur 9.5**

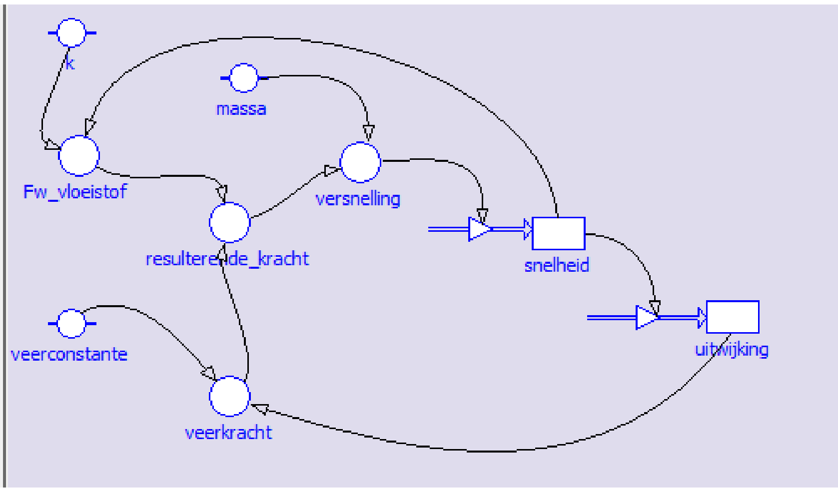
c Ga in Modelvenster met de cursor op ‘veerkracht’ staan, dan zie je welke formule gebruikt is bij het berekenen van ‘veerkracht’. Zie figuur 9.6.




**Figuur 9.6**

De formule in woorden komt overeen met $F_{veer} = -C \cdot u$. Het minteken geeft aan dat de veerkracht en de uitwijking tegengesteld gericht zijn. Ga je vervolgens met de cursor op 'resulterende_kracht' staan, dan zie je resulterende_kracht:= veerkracht. Hier zie je geen minteken. Dus de resulterende kracht is ook tegengesteld gericht aan de uitwijking.

d Zie figuur 9.7.

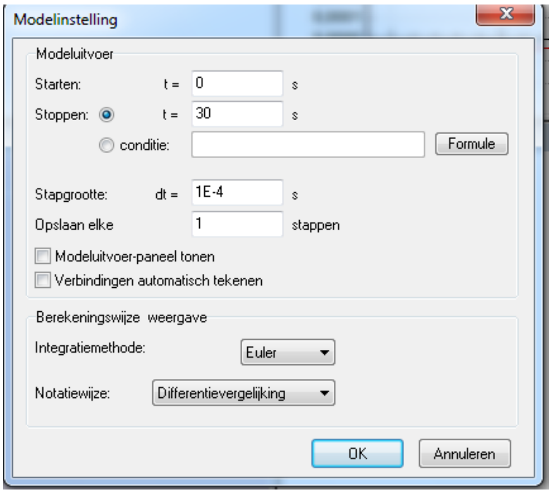



**Figuur 9.7**

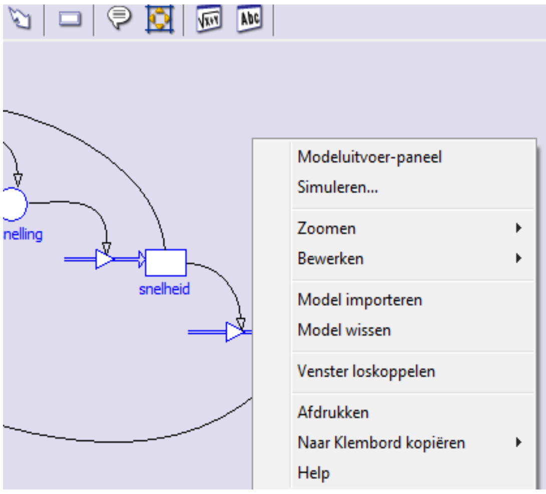
Omdat $F_{w,vloeistof} = k \cdot v$, zijn er pijlen van 'k' en 'snelheid' naar 'Fw_vloeistof'. De vloeistofkracht moet worden verrekend in de resulterende kracht: er is ook een pijl van 'Fw_vloeistof' naar 'resulterende_kracht'.

e De richting van een weerstandskracht is tegengesteld aan de richting van de snelheid. Dat is niet verwerkt in de formule $F_{w,lucht} = k \cdot v$. Dus moet er een minteken worden verwerkt bij het doorrekenen met $F_{w,vloeistof}$. De tweede mogelijkheid $F_{res} = F_{veer} - F_{w,vloeistof}$ is dus juist.

f Voeg eerst relatiepijlen en formule toe om het model compleet te maken met de weerstandskracht door de vloeistof. Gebruik hierbij de gegevens bij de vragen d en e.
Zorg ervoor dat het model doorrekent tot $t$ = 30 s. Zie figuur 9.8.
Rechtsklik in 'Modelvenster' en kies voor de optie 'Simuleren'. Zie figuur 9.9.




Figuur 9.8




Figuur 9.9

Kies een waarde voor $k$ en laat Coach het model doorrekenen. Zoom in op het ($u$,$t$)-diagram op een tijdsbereik vlak voor $t$ =30 s en ga na of de amplitude kleiner is dan 0,5 mm = 0,0005 m. Proberen geeft $k$ = 0,16 kg/s.

## 9.3 Trillingsenergie en resonantie

**Opgave 11**

a De auto zal, vanwege vering en massa, met een bepaalde eigenfrequentie kunnen trillen. Door met constante snelheid op de hobbelige weg te rijden, zal de auto met een bepaalde frequentie schokken krijgen toegediend. Als de frequentie van de schokken dezelfde is als de eigenfrequentie, treedt resonantie op. Dit gebeurt minder als de hobbels sneller, of langzamer langskomen.

b De veerconstante bereken je met de formule voor de trillingstijd van een massa-veersysteem. De trillingstijd is bij resonantie de tijd tussen twee hobbels.
De tijd tussen twee hobbels bereken je met de formule voor de snelheid.

$s = v \cdot t$
$s = 10$ m
$v = 80$ km/h = $\frac{80}{3,6} = 22,22$ m/s (Afstemmen eenheden)
$10 = 22,22 \times t$
$t = 0,45$ s

$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}}$
$T = t = 0,45$ s
$m = 960$ kg
$0,45 = 2\pi\sqrt{\frac{960}{C}}$
$C = 1,871 \cdot 10^5$
Afgerond: $C = 1,9 \cdot 10^5$ N/m

c Door de auto zwaarder te beladen, neemt de massa *m* toe. Dan neemt ook de trillingstijd van de auto toe. Resonantie treedt dan op bij een grotere tijd tussen twee hobbels: dus bij een lagere snelheid.

**Opgave 12**

a De amplitude waarmee het waterstofatoom trilt, bereken je met de formule voor de trillingsenergie in het omkeerpunt.

$E_{tril} = \frac{1}{2} C \cdot A^2$
$E_{tril} = 5,95 \cdot 10^{-20}$ J
$C = 5,2 \cdot 10^2$ N/m
$5,95 \cdot 10^{-20} = \frac{1}{2} \times 5,2 \cdot 10^2 \times A^2$
$A = 1,51 \cdot 10^{-11}$ m
Afgerond: $A = 1,5 \cdot 10^{-11}$

b De maximale snelheid bereken je met de formule voor de trillingsenergie in de evenwichtsstand.

$E_{tril} = \frac{1}{2} m \cdot v_{max}^2$
$E_{tril} = 5,95 \cdot 10^{-20}$ J
$m = 1,7 \cdot 10^{-27}$ kg
$v_{max} = 8,366 \cdot 10^3$ m/s
Afgerond: $v_{max} = 8,4 \cdot 10^3$ m/s

c In BINAS tabel 53A staat dat de bindingslengte van een binding tussen H en Cl gelijk is aan $127 \cdot 10^{-12}$ m. Bij a heb je uitgerekend dat de amplitude van deze trilling $1,5 \cdot 10^{-11}$ m is. De verandering is dus maximaal $\frac{1,5 \cdot 10^{-11}}{127 \cdot 10^{-12}} \cdot 100\% = 11,81\%$

Afgerond: 12%

**Opgave 13**

a Methode 1

De maximale snelheid van de kogel bereken je met de formule voor de maximale snelheid van de harmonische trilling van de kogel en het blokje.

De trillingstijd bereken je met de formule voor de trillingstijd van een massa-veersysteem.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}}$$

$m$ = 10 + 50 = 60 g = 0,060 kg (Afstemmen eenheden)

$C$ = 50 N/m

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}060}{50}}$$

$T$ = 0,2176 s

$$v_{max} = \frac{2\pi A}{T}$$

$A$ = 7,0 cm = 0,070 m (Afstemmen eenheden)

$$v_{max} = \frac{2\pi \cdot 0{,}070}{0{,}2176}$$

$v_{max}$ = 2,02 m/s

Afgerond: $v_{max}$ = 2,0 m/s

Methode 2

De maximale snelheid van de kogel bereken je met de formule voor trillingsenergie in de evenwichtsstand.

De trillingsenergie in de evenwichtsstand bereken je met de formule voor trillingsenergie in een omkeerpunt.

$$E_{tril} = \tfrac{1}{2}C \cdot A^2$$

$C$ = 50 N/m

$A$ = 7,0 cm = 0,070 m

$$E_{tril} = \tfrac{1}{2}50 \times 0{,}070^2$$

$E_{tril}$ = 0,1225 J

Deze energievorm wordt tijdens het versnellen omgezet in kinetische energie.

$$E_{tril} = \tfrac{1}{2}m \cdot v_{max}^2$$

$m$ = 10 + 50 = 60 g = 0,060 kg (Afstemmen eenheden)

$$0{,}1225 = \tfrac{1}{2} \times 0{,}060 \cdot v_{max}^2$$

$v_{max}$ = 2,02 m/s

Afgerond: $v_{max}$ = 2,0 m/s

b De amplitude waarmee het waterstofatoom trilt, bereken je met de formule voor de trillingsenergie in een omkeerpunt.

De trillingsenergie in een omkeerpunt bereken je met de formule voor trillingsenergie in de evenwichtsstand.

$$E_{tril} = \tfrac{1}{2}m \cdot v_{max}^2$$

$m$ = 10 g = 0,010 kg (Alleen het blokje trilt nog aan de veer)

$v_{max}$ = 2,0 m/s (De snelheid van de kogel is gelijk aan de snelheid van het blokje)

$$E_{tril} = \tfrac{1}{2} \times 0{,}010 \times 2{,}0^2 = 0{,}020 \text{ J}$$

$$E_{tril} = \tfrac{1}{2}C \cdot A^2$$

$C$ = 50 N/m

$0{,}020 = \frac{1}{2} \times 50 \cdot A^2$
$A$ = 2,828·10$^{-2}$ m
Afgerond: $A$ = 2,8·10$^{-2}$ m

**Opgave 14**

a Zie figuur 9.10.
In de driehoek ABC geldt: BC = $l - \Delta h$.
De stelling van Pythagoras voor deze driehoek geeft:

$u^2 + (\ell - \Delta h)^2 = \ell^2$

$u^2 + \ell^2 - 2\ell \cdot \Delta h + (\Delta h)^2 = \ell^2$

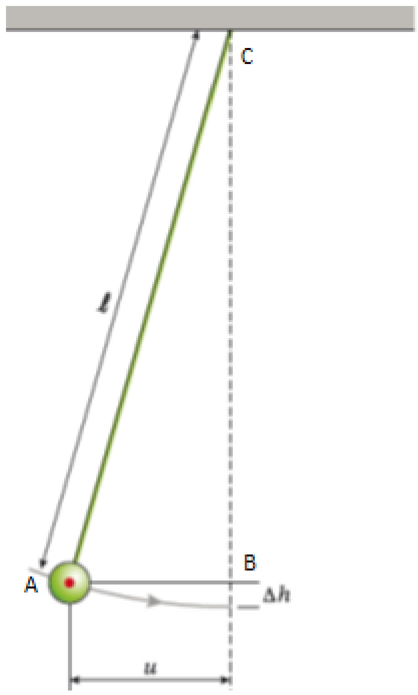
$u^2 - 2\ell \cdot \Delta h + (\Delta h)^2 = 0$

$u^2 = 2 \cdot \ell \cdot \Delta h - (\Delta h)^2$

b Als Δ$h$ veel kleiner is dan $\ell$, dan is 2$\ell$ · Δ$h$ veel groter dan (Δ$h$)$^2$. Dan kan (Δ$h$)$^2$ verwaarloosd worden.

c Uit $u^2 = 2 \cdot \ell \cdot \Delta h$ volgt $\Delta h = \dfrac{u^2}{2\ell}$.
Deze uitdrukking combineer je met $E_{zw} = m \cdot g \cdot \Delta h$
Hieruit volgt $E_{zw} = m \cdot g \cdot \dfrac{u^2}{2\ell}$
Vergelijk je deze formule met $E_{pot} = \frac{1}{2} C \cdot u^2$ dan zie je dat geldt $C = \dfrac{m \cdot g}{\ell}$

d Als je de formules $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{C}}$ en $C = \dfrac{m \cdot g}{\ell}$ combineert, ontstaat $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m \cdot \ell}{m \cdot g}}$. Hieruit volgt $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{\ell}{g}}$.



**Figuur 9.10**

De massa $m$ komt niet voor in het eindresultaat en heeft dus geen invloed op de trillingstijd.

e Het kind wil resoneren, dus moet het heen en weer bewegen met dezelfde periode als de eigentrilling. De trillingstijd bereken je met $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{\ell}{g}}$.
Hierin is $\ell$ = 1,80 m en $g$ = 9,81 m/s$^2$.

$T = 2\pi\sqrt{\dfrac{1{,}80}{9{,}81}} = 2{,}691 \text{ s}$
Afgerond; $T$ = 2,69 s

**Opgave 15**

a Het verband leid je af met de formules $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{C}}$ en $f = \dfrac{1}{T}$

$T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{C}}$

Na kwadrateren van linker- en rechterterm ontstaat $T^2 = 4\pi^2 \cdot \dfrac{m}{C} = \dfrac{4\pi^2 m}{C}$

Neem je van de linker- en rechterterm het omgekeerde dan ontstaat $\dfrac{1}{T^2} = \dfrac{C}{4\pi^2 m} = \dfrac{1}{4\pi^2 m} \cdot C$

Omdat $f = \dfrac{1}{T}$ mag je $\dfrac{1}{T^2}$ vervangen door $f^2$.

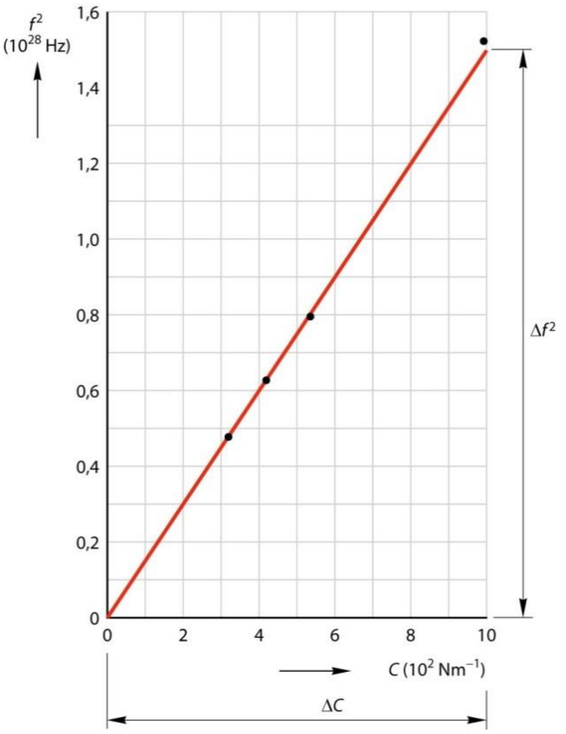
Dus $f^2 = \dfrac{1}{4\pi^2 m} \cdot C$

b Voor een recht evenredig verband geldt $y = a \cdot x$.
Vergelijk je dit met $f^2 = \frac{1}{4\pi^2 m} \cdot C$ , dan zijn $f^2$ en $C$ wel recht evenredig met elkaar. Je breidt dus met tabel 9.1 van het basisboek uit met een kolom voor $f^2$. Zie tabel 9.1.

| Molecuul | trillingsfrequentie $f$ ($10^{14}$ Hz) | krachtconstante $C$ ($10^2$ N/m) | $f^2$ ($10^{28}$ $Hz^2$) |
|---|---|---|---|
| HF | 1,24 | 9,7 | 1,54 |
| HCl | 0,897 | 5,2 | 0,805 |
| HBr | 0,795 | 4,1 | 0,632 |
| HI | 0,693 | 3,1 | 0,480 |

**Tabel 9.1**

Zet je $f^2$ uit tegen Δ*C,* dan ontstaat figuur 9.11.




**Figuur 9.11**

c De formule $f^2 = \frac{1}{4\pi^2 m} C$ voorspelt een rechte lijn met richtingscoëfficiënt $\frac{1}{4\pi^2 m}$.

De steilheid van de grafieklijn is $\frac{\Delta f^2}{\Delta C} = \frac{1{,}52 \cdot 10^{28}}{10{,}0 \cdot 10^2} = 1{,}52 \cdot 10^{25}$ $kg^{-1}$.

Hieruit volgt $m = \frac{1}{4\pi^2 \cdot 1{,}52 \cdot 10^{25}} = 1{,}666 \cdot 10^{-27}$ kg.

Afgerond: $m = 1{,}7 \cdot 10^{-27}$ kg

## 9.4 Lopende golven

**Opgave 16**

a De golf loopt in horizontale richting door het stadion. De trilling bestaat uit mensen die op en neer gaan, loodrecht op de voortplantingsrichting van de golf. Dit is dus een transversale golf.

b De frequentie bereken je met de trillingstijd.

De trillingstijd is de tijd die nodig is voor opstaan en weer gaan zitten.

$f = \frac{1}{T}$ .
$T$ = 8,0 s
$f = \frac{1}{8{,}0}$
$f$ = 1,25 Hz
Afgerond: $f$ = 0,13 Hz

c De golfsnelheid bereken je met de formule voor de snelheid.

$s = v \cdot t$
$s$ = 60 cm = 0,60 m (Afstemmen eenheden)
$t$ = 0,40 s
0,60 = $v \times$ 0,40
$v$ = 1,5 m/s

d De golflengte bereken je met de formule voor de golflengte.

$v = \frac{\lambda}{T}$
$v$ = 1,5 m/s
$T$ = 8,0 s
$1{,}5 = \frac{\lambda}{8{,}0}$
$\lambda$ = 12 m.

**Opgave 17**

a De aardbeving vindt plaats ten oosten van het meetstation. De golven bewegen dus van oost naar west. Als een trilling in oost-west richting wordt doorgegeven, is die richting dezelfde als de richting van de snelheid. Dit zijn dus longitudinale golven. Trillingen in de noord-zuid, en op-neer richting staan loodrecht op de oost-west richting, en dus op de richting van de snelheid. Deze worden dus doorgegeven door transversale golven.

b De golflengte bereken je met de formule voor de golfsnelheid.

$v = f \cdot \lambda$
$v$ = 3,4 km/s = $3{,}4 \cdot 10^3$ m/s (Afstemmen eenheden)
$f$ = 1,2 Hz
$3{,}4 \cdot 10^3 = 1{,}2 \times \lambda$
$\lambda = 2{,}83 \cdot 10^3$
Afgerond: $\lambda = 2{,}8 \cdot 10^3$ m.

c De longitudinale en transversale golven leggen dezelfde afstand af. Voor het verband tussen de afstand en tijd geldt $s = v \cdot t$.
Voor de longitudinale golven geldt $v$ = 4,9 km/s.
$s = 4{,}9 \times t$
De transversale golven hebben een snelheid $v$ = 3,4 km/s. Deze komen 20 s later aan bij het meetstation. Dus op $t$ + 20.
$s = 3{,}4 \times (t + 20)$

Omdat beide golven dezelfde afstand afleggen, geldt
$4{,}9 \times t = 3{,}4 \times (t + 20)$
$4{,}9 \times t = 3{,}4 \times t + 68$
$1{,}5 \times t = 68$
$t$ = 45,3 s

In vullen in $s = 4{,}9 \times t$ levert $s = 4{,}9 \times 45{,}3$ = 2,22 km
Afgerond: $s$ = 2,2 km.

d Als je hebt berekend hoe ver van een meetstation het epicentrum is, kun je een bol tekenen rondom het meetstation. Met de gegevens van een tweede meetstation vind je een tweede bol. Die twee bollen snijden elkaar in een cirkel, dus het epicentrum ligt op die cirkel. Met gegevens van een derde meetstation krijg je een derde bol. Deze snijdt de cirkel van de eerste twee bollen in twee punten. De gegevens van een vierde meetstation maakt duidelijk welke van deze twee punten het epicentrum is. Er zijn meestal dus 4 meetstations nodig.

**Opgave 18**

a Om te bepalen hoe een beweging is begonnen, kijk je in figuur 9.33 van het basisboek naar de kop van de golf. De golf gaat van links naar rechts. Aan de rechterkant van het koord zie je dat het eerste deel van het touw omlaag is bewogen. Dus A is ook begonnen met omlaag bewegen.

b Het deel van de golf dat rechts van B ligt, is B al gepasseerd. In figuur 9.33 zijn rechts van B 1,75 golflengten zichtbaar. B heeft dus 1,75 trillingen uitgevoerd.

c Als er geen sprake is van demping, dan zal C met dezelfde energie trillen als B. Als het touw bij C identiek is aan het touw bij B, is de amplitude bij C hetzelfde als bij B.

d Zolang het beginpunt trilt, wordt trillingsenergie aan het touw toegevoerd. Je ziet in figuur 9.33 dat A al weer tot rust in gekomen. Er zit dus maar energie voor twee golflengtes aan trillingen in het touw. De hoeveelheid trillingsenergie neemt dus niet toe.

e De richting waarin de golf beweegt, is van links naar rechts. Het dal rechts van C is dus al gepasseerd. De berg links van C geeft aan hoe C zich zal gaan verplaatsen. Dus is C bezig zich omhoog te verplaatsen.

**Opgave 19**

a De frequentie bereken je met de trillingstijd.
De trillingstijd bepaal je in figuur 9.34 van het basisboek.

In figuur 9.34 zie je een halve trillingstijd tussen $t$ = 1 en 4 ms.
Dus $T$ = 6,0 ms = $6{,}0\cdot10^{-3}$ s.

$$f = \frac{1}{T}$$

$$f = \frac{1}{6{,}0\cdot10^{-3}}$$

$f = 1{,}666\cdot10^{2}$ Hz
Afgerond: $f = 1{,}7\cdot10^{2}$ Hz

b De golfsnelheid bereken je met de formule voor golfsnelheid.

$v = f \cdot \lambda$
$\lambda$ = 15 cm (volgt uit figuur 9.35).
$f = 1{,}7\cdot10^{2}$ Hz (antwoord vraag a)
$v = 0{,}15 \times 1{,}666\cdot10^{2}$
$v$ = 25 m/s

c De golf is bij A begonnen. Uit figuur 9.35 volgt dat de golf van links naar rechts beweegt. Hieruit volgt dat C bezig is zich omhoog te verplaatsen. In figuur 9.34 gebeurt dat na $t$ = 4 ms. De momentopname van het koord is dus op $t = 4{,}0\cdot10^{3}$ s gemaakt.

d Punt D bevindt zich in figuur 9.35 in de evenwichtsstand en heeft pas 1 keer getrild. Daarvoor was punt D in rust. In figuur 9.34 is een punt te zien dat al twee keer boven de evenwichtsstand is geweest. Dat is dus van een punt links van punt D. Figuur 9.34 kan dus niet bij punt D van het koord horen.

e De fase van punt E bereken je met de fase van punt A en de formule voor de fase-achterstand tussen A en E.

$$\Delta\varphi_{\mathrm{AE}} = \frac{\Delta x}{\lambda}$$

$\Delta x$ = 18 cm
$\lambda$ = 15 cm

$$\Delta\varphi_{AE} = \frac{18}{15} = 1,2$$

Omdat E later is begonnen met trillen, loopt E achter in fase.
$\Delta\varphi_{AE} = \varphi_A - \varphi_E$
$\varphi_A = 4,8$
$1,2 = 4,8 - \varphi_E$
$\varphi_E = 3,6$.

**Opgave 20**

a De voortplantingssnelheid bereken je met de formule voor de snelheid.

$s = v \cdot t$.
$s = 9000$ km
$t = 12,8$ uur (Aflezen in figuur 9.36 van het basisboek)
$9000 = v \cdot 12,8$
$v = 7,03 \cdot 10^2$ km/h
Afgerond: $v = 7,0 \cdot 10^2$ km/h

b Een golf is een doorgegeven trilling. De eigenschappen van die trilling, zoals de frequentie, veranderen daarbij niet. Als in de formule $v = f \cdot \lambda$ de golfsnelheid verandert maar de frequentie niet, dan moet de golflengte dus veranderen.

c De amplitude bij een diepte van 10 m bereken je met de amplitude bij een diepte van 5000 m en een factor die volgt uit de golfsnelheid op 5000 m en die op 10 m.

Voor de golfsnelheid geldt $v = k \cdot \sqrt{d}$ . De diepte verandert van 5000 m naar 10 meter. Dat scheelt een factor 500. De golfsnelheid neemt dan met een factor $\sqrt{500}$ af. De amplitude is omgekeerd evenredig met de golfsnelheid, dus deze neemt met dezelfde factor toe. De amplitude bij een diepte van 10 m is dus $0,40 \times \sqrt{500} = 8,9$ m.

d Bij het naderen van de kust worden de golfbergen hoger en de dalen dieper: het water moet ergens vandaan komen. Er wordt eerst water van de kust weggetrokken om de golfberg te vormen voordat de verwoestende golfberg aanspoelt.

## 9.5 Geluid, superpositie en interferentie

**Opgave 21**

a De golflengte bereken je met de formule voor de golfsnelheid.

$v = f \cdot \lambda$
$v = 0{,}343 \cdot 10^3$ m/s (Zie BINAS tabel 15A)
$f = 120$ kHz $= 1{,}20 \cdot 10^5$ Hz (De kleinste golflengte hoort bij de hoogste frequentie.)
$0{,}343 \cdot 10^3 = 1{,}20 \cdot 10^5 \times \lambda$
$\lambda = 2{,}858 \cdot 10^{-3}$ m
Afgerond $\lambda = 2{,}86 \cdot 10^{-3}$ m

b In de tekst staat dat voorwerpen kleiner dan de golflengte van het geluid niet goed waarneembaar zijn. Ook staat er dat geluiden met een hogere frequentie minder ver dragen. Om ver te kunnen waarnemen, zijn dus geluiden met een lage frequentie nodig. Deze geluiden hebben echter een grote golflengte en geven dus minder detail. Daarom schakelen dolfijnen over op hogere frequenties als ze dichterbij genoeg zijn.

c De afstand tussen het voorwerp en de dolfijn bereken je met de formule voor de snelheid.

$s = v \cdot t$
$v$ $1{,}51 \cdot 10^3$ m/s (Zie BINAS tabel 15A)
$t = \frac{0{,}33}{2} = 0{,}165$ s In de gegeven tijd gaat het geluid van dolfijn naar voorwerp en weer terug.
$s = 1{,}51 \cdot 10^3 \times 0{,}165$
$s = 2{,}491 \cdot 10^2$ m
Afgerond: $s = 2{,}5 \cdot 10^2$ m.

**Opgave 22**

a Geluid dat in punt A is veroorzaakt, heeft een bepaalde tijd nodig om naar punt P te gaan. In diezelfde tijd vliegt het vliegtuig verder. Als het geluid punt P bereikt, is het vliegtuig dus niet meer in punt A. Omdat de orde van grootte van de snelheid van het vliegtuig dezelfde is als die van het geluid, is dit verschijnsel waarneembaar.
De snelheid van het licht is zoveel groter dan die van het vliegtuig, dat in de tijd die het licht nodig heeft om het aardoppervlak te bereiken het vliegtuig maar nauwelijks verplaatst is.

b Hoek $\alpha$ bereken je met een goniometrische formule.

$$\sin\alpha = \frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{BP}}$$

De afstanden in figuur 9.41 van het basisboek zijn onbekend. De afstand AP heeft het geluid in dezelfde tijd $t$ afgelegd als het vliegtuig de afstand AB. Er geldt dus:
AP = $v_{geluid} \cdot t$ met $v_{geluid} = 340$ m/s
AB = $v_{vliegtuig} \cdot t$ met $v_{vliegtuig} = 900$ km/h = $\frac{900}{3{,}6}$ 250 m/s

$$\sin\alpha = \frac{250 \cdot t}{343 \cdot t} = \frac{250}{340}$$

α = 47,33°.
Afgerond: α = 47,3°

**Opgave 23**

a De frequentie bereken je met de trillingstijd.
De trillingstijd bepaal je met de tijdbasis en het aantal schaaldelen per periode.
Het aantal schaaldelen per periode bepaal je uit het oscillogram.

In figuur 9.42 van het basisboek zie je 6 trillingen voor 10 schaaldelen.
Een periode duurt $\frac{10}{6}$ = 1,666 schaaldelen.
De tijdbasis is 0,50 ms/div.
$T = 1{,}666 \times 0{,}50 = 0{,}833$ ms $= 8{,}33 \cdot 10^{-4}$ s

$$f = \frac{1}{T}$$
$$f = \frac{1}{8{,}33 \cdot 10^{-4}}$$
$f = 1{,}20 \cdot 10^3$ Hz
Afgerond: $f = 1{,}2 \cdot 10^3$ Hz

b Het bovenste oscillogram laat het signaal van de microfoon zien. Het signaal dat de microfoon registreert, beweegt door de lucht. Hoe groter de afstand die het geluid aflegt, des te meer vertraging loopt dit signaal op.

c Omdat de afstand tussen microfoon en luidspreker groter wordt, wordt de hardheid van het geluid bij de microfoon kleiner. Dit zie je als een kleinere amplitude.

d Verplaats je de microfoon 14,3 cm dan veranderen de grafieken van 'in tegenfase' naar de eerste keer 'in fase'. Tussen de eerste keer 'in fase' en de tweede keer 'in fase' zit dus 2 × 14,3 cm = 28,6 cm.

e De geluidssnelheid bereken je met de formule voor de golfsnelheid.

$v = f \cdot \lambda$
$\lambda$ = 31,2 cm = 0,312 m Het verschil is 1 als de afstand tussen twee punten gelijk $\lambda$.
$f = 1{,}2 \cdot 10^3$ Hz
$v = 1{,}2 \cdot 10^3 \times 0{,}312$
$v = 3{,}744 \cdot 10^2$ m/s
Afgerond: $v = 3{,}4 \cdot 10^2$ m/s

**Opgave 24**

a De waarde van *n* bereken je met het faseverschil.
Het faseverschil bereken je met de golflengte en het weglengteverschil BP – AP.
Het weglengteverschil BP – AP volgt uit figuur 9.43 van het basisboek.

Punt P ligt op de tweede getrokken cirkel rondom A. Dit betekent dat P twee golflengtes van A afligt. Ook ligt punt P op de vierde getrokken cirkel vanaf B dus op 4 golflengtes.
BP – AP = $4\lambda - 2\lambda = 2\lambda$.

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta x}{\lambda}$$
$$\Delta\varphi = \frac{2\lambda}{\lambda} = 2$$
Dus P ligt op de buiklijn met $n = 2$.

b De waarde van *n* bereken je met het faseverschil.
Het faseverschil bereken je met de golflengte en het weglengteverschil AQ – BQ.
Het weglengteverschil AQ – BQ volgt uit figuur 9.43 van het basisboek.

Punt Q ligt op de vierde getrokken cirkel rondom A. Dit betekent dat Q vier golflengtes van A afligt. Ook ligt punt Q op de derde gestreepte cirkel vanaf B dus op 2,5 golflengtes.
AQ – BQ = $4\lambda - 2{,}5\lambda = 1{,}5\lambda$.

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta x}{\lambda}$$
$$\Delta\varphi = \frac{1{,}5\lambda}{\lambda} = 1{,}5$$
Dus Q ligt op een knooplijn met $n = 1$.

c Het maximale weglengteverschil is de afstand tussen de twee bronnen A en B. Als de afstand tussen A en B groter wordt, wordt het weglengteverschil dus groter. Komt het weglengteverschil overeen met een groter aantal golflengtes, dan is het aantal knoop- en/of buiklijnen groter.

d Als de frequentie toeneemt, wordt de golflengte kleiner. De knoop- en buiklijnen liggen dan dichter bij elkaar. Passen er dan meer knoop- en buiklijnen tussen de twee bronnen A en B, dan neemt het aantal knoop- en buiklijnen toe.

e De amplitude hangt af van de hardheid van het geluid. Hoe verder een punt van de geluidsbron aflegt, des te zwakker is het geluid.
Punt Q ligt dichter bij bron B dan bij bron A. De golven uit B komen in Q aan met een grotere amplitude dan de golven die uit A in Q aankomen.

f Volledige uitdoving vindt plaats als de uitwijkingen in tegenfase zijn en exact even groot.
Je ziet in figuur 9.44 dat aan de tweede voorwaarde niet is voldaan. Dus is de uitdoving niet volledig.

**Opgave 25**

a Je hoort geluid maximaal als de twee golven in fase zijn. Dat is het geval als het faseverschil een geheel getal is.
Het faseverschil bereken je met de golflengte en het weglengteverschil $\ell_1 - \ell_2$.

$\Delta x = \ell_1 - \ell_2$
$\ell_1 + \ell_2$
$\Delta x = 0$

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta x}{\lambda}$$

$\Delta\varphi = 0$
Het faseverschil is een geheel getal. De twee golven versterken elkaar dus bij samenkomst. Er is constructieve interferentie.

b De frequentie van het geluid bereken je met de formule voor de golfsnelheid.
De golflengte volgt uit de verandering van het faseverschil en de verandering van de weglengte.
De verandering van het faseverschil volgt uit het wel en niet horen van geluid.
De verandering van de weglengte volgt uit de afstand waarover de buis is uitgeschoven.

Als de buis 11,4 cm naar links wordt geschoven, is de lengte van de buis zowel aan de bovenkant als aan de onderkant met 11,4 cm toegenomen. Het weglengteverschil is dan met 22,8 cm toegenomen.
Er is nu bijna geen geluid meer. Er is dus sprake van destructieve interferentie. Dat betekent dat het faseverschil 0,5 is.

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta x}{\lambda}$$

$$0,5 = \frac{22,8}{\lambda}$$

$\lambda = 45,6$ cm

$v = f \cdot \lambda$
$v = 0,343 \cdot 10^3$ m/s (Zie BINAS tabel 15A bij 293 K = 20°C)
$\lambda = 45,6$ cm $= 45,6 \cdot 10^{-2}$ m/s
$0,343 \cdot 10^3 = f \times 45,6 \cdot 10^{-2}$
$f = 7,521 \cdot 10^2$ Hz
Afgerond: $f = 752$ Hz.

c In vraag b was het weglengteverschil $0,5\lambda$. Bij een weglengteverschil van $1,5\lambda$ is er weer sprake van destructieve interferentie. Het weglengteverschil moet dan met $\lambda = 45,6$ cm toenemen. Dit is het geval als de buis 22,8 cm verder wordt uitgeschoven.

## 9.6 Muziekinstrumenten

**Opgave 26**

a De voortplantingssnelheid bereken je met de formule voor de golfsnelheid.
De trillingstijd volgt uit de metingen van Tessa.
De golflengte bereken je met de formule voor de voorwaarde voor een staande golf met twee vaste uiteinden.
De waarde van *n* volgt uit de tekst.

Uit de metingen van Tessa volgt 10*T* = 6,5 s. Dus dat *T* = 0,65 s.

De middens van de touwdelen slaan tegen de mast. Er is dan een staande golf met één buik. Dit is dus de grondtoon en *n* = 1.

$\ell = n \cdot \frac{1}{2}\lambda$

$\ell = 6{,}5$ m

$6{,}5 = 1 \cdot \frac{1}{2}\lambda$

$\lambda = 13$ m

$v = \frac{\lambda}{T}$

$v = \frac{13}{0{,}65}$

*v* = 20 m/s

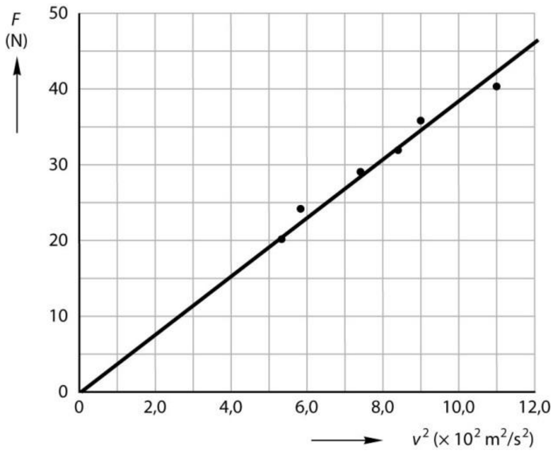
b Het aantal klappen per seconde is de frequentie. De frequentie volgt uit $v = f \cdot \lambda$.
De golflengte $\lambda$ verandert niet, want deze hangt af van de lengte van de lijn en die blijft hetzelfde.
De golfsnelheid volgt uit $v = \sqrt{\frac{F}{m_{\text{meter}}}}$
Als de Tessa de lijn strakker spant, wordt *F* groter. Omdat $m_{\text{meter}}$ gelijk blijft, neemt *v* dan ook toe.

$v = f \cdot \lambda$. Dus als *v* toeneemt en $\lambda$ blijft gelijk dan neemt *f* ook toe. Dus neemt het aantal klappen per seconde toe.

c De massa van één meter vlaggenlijn bepaal je grafisch. Uit de formule $v = \sqrt{\frac{F}{m_{\text{meter}}}}$ volgt dat het verband tussen *F* en *v* geen rechte lijn is. Kwadrateer je de linker- en rechterkant van de formule dan ontstaat $v^2 = \frac{F}{m_{\text{meter}}}$. Hieruit volgt $m_{\text{meter}} \cdot v^2 = F$.
Zet is op de verticale as *F* uit en op de horizontale as $v^2$ dan is de grafiek een rechte lijn door de oorsprong met richtingscoëfficiënt $m_{\text{meter}}$.
Dus tabel 9.2 van het basisboek breid je uit met een rij voor $v^2$. Zie tabel 9.2.
In figuur 9.12 staat het erbij behorende diagram.

| ***F* (N)** | 20 | 24 | 28 | 32 | 36 | 40 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ***v* (m/s)** | 23 | 24 | 27 | 29 | 30 | 33 |
| **$v^2$ ($m^2/s^2$)** | 529 | 576 | 729 | 841 | 900 | 1089 |

**Tabel 9.2**




**Figuur 9.12**

De steilheid van de grafieklijn is $\frac{46{,}0-0{,}0}{12\cdot 10^{2}-0{,}0}$ = 3,833 kg/m.

Afgerond: $m_{\text{meter}}$ = 3,8·10$^{-2}$ kg/m

**Opgave 27**

a De snelheid waarmee de trilling zich in de e-snaar voortplant, bereken je met de formule voor de golfsnelheid.
De golflengte bereken je met de formule voor de voorwaarde voor een staande golf met twee vaste uiteinden.
De waarde van *n* volgt uit de tekst.

De snaar tilt in de grondtoon. Dus *n* = 1.

$\ell = n\cdot\frac{1}{2}\lambda$

$\ell$ = 65,0 cm = 0,650 m (Afstemmen eenheden)

$0{,}650 = 1\cdot\frac{1}{2}\lambda$

$\lambda$ = 1,30 m

$v = f\cdot\lambda$

$f$ = 330 Hz

$v = 330 \times 1{,}30$

$v$ = 429 m/s

b Hoever de fret van de kam afligt, bereken je met de formule voor de voorwaarde voor een staande golf met twee vaste uiteinden.
De waarde van *n* volgt uit de tekst.
De golflengte bereken je met de formule voor de golfsnelheid.

$v = f\cdot\lambda$

$v$ = 429 m/s

$f$ = 494 Hz

$429 = 494 \times \lambda$

$\lambda$ = 0,868 m

$\ell = n\cdot\frac{1}{2}\lambda$

$n$ = 1

$\ell = 1\cdot\frac{1}{2}\times 0{,}868$

$\ell$ = 0,4342 m

Afgerond: $\ell$ = 0,434 m = 43,5 cm

**Opgave 28**

a De frequentie bereken je met de formule voor de golfsnelheid.
De golflengte bereken je met de voorwaarde voor een staande golf met een open en een gesloten uiteinde.
De waarde van $n$ volgt uit de tekst.

De lucht trilt in de grondtoon. Dus $n$ = 1.

$\ell = (2n-1) \cdot \frac{1}{4}\lambda$
$\ell$ = 17,8 cm = 17,8·10$^{2}$ m (afstemmen eenheden)
$17{,}8 \cdot 10^{-2} = (2 \times 1 - 1) \cdot \frac{1}{4}\lambda$
$\lambda$ = 7,12·10$^{-1}$ m

$v = f \cdot \lambda$
$v$ = 0,343·10$^{3}$ m/s (Zie BINAS tabel 15A bij 293 K = 20°C)
0,343·10$^{3}$ = $f \times$ 7,12·10$^{-1}$
$f$ = 4,8174·10$^{2}$ Hz
Afgerond: $f$ = 482 Hz.

b De buik ligt iets buiten de kast. De lengte $\ell$ van de trillende kolom is dus groter dan 17,8 cm.
Uit $\ell = (2n-1) \cdot \frac{1}{4}\lambda$ volgt dan dat de golflengte $\lambda$ groter is dan berekend.
Omdat de golfsnelheid hetzelfde is volgt uit $v = f \cdot \lambda$ dat bij een grotere golflengte de frequentie kleiner is dan berekend bij vraag a.

**Opgave 29**

a In de buis ontstaat onder bepaalde omstandigheden een staande golf. Bij een staande golf hoort een bepaalde golflengte en daarmee een bepaalde eigenfrequentie die samenhangt met de lengte van de buis.
Door het blazen wordt de lucht in de buis in trilling gebracht. Hierbij ontstaan trillingen met alle mogelijke frequenties. Als een frequentie van een trilling gelijk is aan de eigenfrequentie van de luchtkolom in de buis, dan treedt resonantie op en hoor je een toon.

b De omlooptijd volgt uit de formule voor de snelheid.
De afstand die het uiteinde van de buis aflegt bereken je met de omtrek van een cirkelbaan.

$s = 2\pi \cdot r$
$r = \ell$ = 70 cm = 0,70 m (eenheden afstemmen)
$s = 2\pi \times 0{,}70$
$s$ = 4,398 m

$s = v \cdot t$
$v = v_{draai}$ = 13,8 m/s (Aflezen in figuur 9.59 van het basisboek)
4,398 = 13,8 $\times t$
. $t$ = 0,3187 s
Afgerond: $t$ = 0,32 s

c De golflengte bereken je met de formule voor de golfsnelheid.

$v = f \cdot \lambda$
$v$ = 0,343·10$^{3}$ (Aflezen in BINAS tabel 15A bij 293 K = 20 °C)
$f$ = 7,0·10$^{2}$ Hz (Aflezen in figuur 9,59 van het basisboek)
0,343·10$^{3}$ = 7,0·10$^{2}$ $\times \lambda$
$\lambda$ = 0,490 m
Afgerond: $\lambda$ = 0,49 m

d Als toon 1 de laagst mogelijke toon is, dan is het de grondtoon met $n$ = 1.
De muziekslang is een buis met twee open uiteinden.
De voorwaarde voor een staande golf is dan $\ell = n \cdot \frac{1}{2}\lambda$.
Methode 1

$\ell = \frac{1}{2}\lambda$

$\ell$ = 70 cm = 0,70 m

$0{,}70 = \frac{1}{2}\lambda$

$\lambda$ = 1,40 m

$v = f \cdot \lambda$

$v = 0{,}343 \cdot 10^3$ (Aflezen in BINAS tabel 15A bij 293 K = 20 °C)

$0{,}343 \cdot 10^3 = f \times 1{,}40$

$f$ = 245 Hz

Dit is veel lager dan toon 1. Dus toon 1 is niet de laagst mogelijke toon.

Methode 2

$v = f \cdot \lambda$

$f = 4{,}8 \cdot 10^2$ Hz (Aflezen in figuur 9.59 van het basisboek bij toon 1)

$v = 0{,}343 \cdot 10^3$ (Aflezen in BINAS tabel 15A bij 293 K = 20 °C)

$\lambda$ = 0,71 m

$\ell = \frac{1}{2}\lambda$

$\ell = n \cdot \frac{1}{2}\lambda$

$0{,}70 = n \cdot \frac{1}{2} \times 0{,}71$

$n$ = 2

Dus toon 1 is niet de grondtoon en dus niet laagst mogelijke toon.

**Opgave 30**

a Een lipje zit aan een kant vast. De voorwaarde voor een staande golf is de formule die behoort bij een open uiteinde.

$\ell = (2n-1) \cdot \frac{1}{4}\lambda$

Bij gat A hoort een langer lipje dan bij gat B. Omdat het lipje langer is, is de bijbehorende golflengte groter. Volgens $v = f \cdot \lambda$ is bij een grotere golflengte de erbij behorende frequentie juist kleiner. De frequentie is het aantal trillingen per tijdseenheid. Figuur 9.61a laat meer trillingen zien per 20 ms dan figuur 9.61b. Dus figuur 9.61b hoort bij lipje A.

b De frequentie bereken je met de trillingstijd.
De trillingstijd bepaal je met de toppen in figuur 9.61a.

In figuur 9.61a ligt de eerste top bij 0,3 ms en de negende top bij 18,5 ms. Dit zijn dus 8 trillingen verdeeld over 18,5 – 0,3 = 18,2 ms = $18{,}2 \cdot 10^{-3}$ s.

$T = \frac{18{,}2 \cdot 10^{-3}}{8} = 2{,}275 \cdot 10^{-3}$ s.

$f = \frac{1}{T}$

$f = \frac{1}{2{,}275 \cdot 10^{-3}}$

$f$ = 440 Hz.

Volgens BINAS 15C heet die toon a1.

c De voortplantingssnelheid bereken je met formule voor de golfsnelheid.
De golflengte volgt uit de formule voor de voorwaarde voor een open uiteinde.
De waarde van $n$ volgt uit de tekst.

$\ell = (2n-1) \cdot \frac{1}{4}\lambda$

$n$ = 1

$\ell$ = 1,20 cm = $1{,}20 \cdot 10^{-2}$ m (afstemmen eenheden)

$1{,}20 \cdot 10^{-2} = (2 \times 1 - 1) \cdot \frac{1}{4}\lambda$

$\lambda$ = 4,80·10$^{-2}$ m

$v = f \cdot \lambda$

$f$ = 392 Hz

$v$ = 392 × 4,80·10$^{-2}$

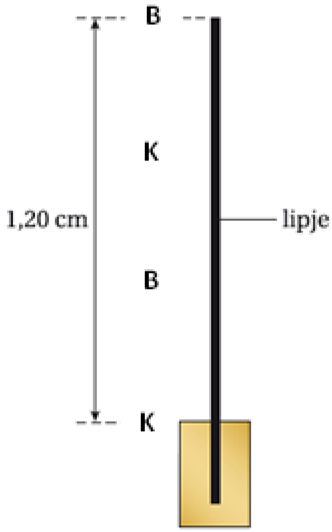
$v$ = 18,81 m/s

Afgerond: $v$ = 18,8 m/s.

d Zie figuur 9.13.

*Toelichting*

Aan het vaste uiteinde zit een knoop, aan het vrije uiteinde een buik. Omdat het lipje trilt in de eerste boventoon, bevinden zich tussen de twee uiteinden nog een knoop en een buik. Om de verschillende knopen en buiken aan te geven, moet je het lipje dus in 3 gelijke stukken verdelen, en bij de uiteinden van deze 3 stukken van onder naar boven Knoop – Buik – Knoop – Buik zetten.




**Figuur 9.13**

## 9.7 Informatieoverdracht

**Opgave 31**

a De complete FM-band heeft een breedte van 108 − 87,5 = 20,5 MHz.
Per kanaal is 200 kHz = 0,200 MHz nodig.
Er zijn dus theoretisch $\frac{20,5}{0,200} = 102,5$ kanalen beschikbaar.
Er passen dus 'maar' 102 kanalen en dus zenders op de FM-band.

b Een stereosignaal bestaat uit twee afzonderlijke signalen die geluidssignalen voor je linkeroor en rechteroor coderen. Omdat je twee onafhankelijke signalen verstuurt, heb je een twee keer zo grote bandbreedte nodig.

c Het RDS-systeem kan maximaal $\frac{1187,5}{8} = 148$ tekens per seconde versturen. Dat is ongeveer 30 woorden per seconde waarin de informatie over radiostation, muziek, weer en verkeer moet zitten.

d Een FM-zender heeft een bereik van slechts 80 km. Een auto die een grotere afstand aflegt, komt snel buiten het bereik van een zender. Dit merk je dat het signaal zwakker wordt. Via AF komt informatie over de frequenties waarop het programma nog meer wordt uitgezonden. Automobilisten kunnen dan op tijd overschakelen naar een sterker signaal.

**Opgave 32**

a Het minimaal aantal bits volgt uit het aantal stappen waarin het signaal wordt opgebouwd.
Het aantal stappen volgt uit de RS-spanning.
De RS-spanning volgt de afstand RS en de schaalfactor in figuur 9.69 van het basisboek.

De afstand RS is 16 schaaldelen.
Vijf schadelen is 500 μV.
De RS-spanning is 1600 μV.

Met een stapgrootte van 1 μV zijn dit 1600 stappen.

Je berekent vervolgens welke macht van twee groter is dan 1600.
$2^{10} = 1024$ en $2^{11} = 2048$.
Het minimale aantal bits is dus 11.

b In figuur 9.69 staan verticaal 500 stappen bij vijf schaaldelen. Dat is 100 stappen per schaaldeel. Uit figuur 9.69 leid je af dat horizontaal een schaaldeel 0,05 s is.
De bemonsteringsfrequentie = $\frac{100}{0,05} = 2,0 \cdot 10^3$ Hz.

**Opgave 33**

a De tijd die het signaal nodig heeft om te reizen, bereken je met de formule voor de snelheid.
De radiosignalen planten zich voort met de lichtsnelheid.
De up- en downlink signalen kunnen pas vergeleken worden als zowel de afstand heen als terug is afgelegd.

$s = v \cdot t$
$s = 2 \times 6,2 \cdot 10^{12} = 12,4 \cdot 10^{12}$ m
$v = c = 2,9979 \cdot 10^8$ m/s
$12,4 \cdot 10^{12} = 2,9979 \cdot 10^8 \times t$
$t = 4,13 \cdot 10^4$ s = $\frac{4,13 \cdot 10^4}{3600} = 11,4$ h
Afgerond: $t$ = 11 h

b Het uitgezonden signaal heeft een frequentie van 2,11 GHz. De Pioneer zendt een signaal terug met een frequentie van $2,11 \times \frac{240}{221} = 2,29$ GHz . Deze signalen liggen 2,29 – 2,11 = 0,18 GHz = 180 Mhz uit elkaar. Dat is groter dan de bandbreedte van 40 MHz. Dus de signalen zitten in gescheiden kanalen.

c Als de up- en downlink signalen niet in gescheiden kanalen zitten, bezetten ze hetzelfde frequentiegebied. Het door elkaar lopen van twee signalen met eenzelfde frequentie heet interferentie.

**Opgave 34**

a De toon met frequentie 1,1 kHz is een grondtoon. Een gitaarsnaar brengt behalve een grondtoon tegelijkertijd een aantal boventonen voort die samen de klankkleur van een gitaar bepalen. Deze boventonen hebben frequenties die groter zijn dan 1,1 kHz. Om de klankkleur van de gitaar vast te leggen, moeten ook de boventonen worden geregistreerd.

b De frequentie van een signaal bepaalt hoe lang een periode duurt. Gedurende die periode varieert het signaal ook. Om deze variatie te registreren, moet meer dan een keer per periode een meting worden gedaan. De bemonsteringsfrequentie, het aantal metingen per seconde, moet dus hoger zijn dan de hoogste frequentie.

c De bemonsteringsfrequentie is 44,1 kHz. Er worden dus $44{,}1 \cdot 10^3$ metingen per seconde gedaan. Omdat het geluid in stereo wordt opgenomen, bestaat elke meting uit twee signalen, met elk 16 bits. Er zijn dus $2 \times 16 \times 44{,}1 \cdot 10^3 = 1{,}41 \cdot 10^6$ bits per seconde.
Op een CD kan 750 megabyte, dit is $750 \times 8 = 6000$ megabits $= 6{,}000 \cdot 10^6$ bits.
Er passen dan $\frac{6000 \cdot 10^6}{1{,}41 \cdot 10^6} = 4255$ seconden op een CD. Dit is $\frac{4255}{60} = 70{,}9$ minuten.
Afgerond: 71 minuten.

d Wil je een signaal met een nog hogere kwaliteit dan CD kwaliteit, dan moet ook het aantal bits dat de elektrische apparatuur per seconde verwerkt en laat horen (de data transfer rate) omhoog. Dat kan alleen met snellere (en dus duurdere) apparatuur.

## 9.8 Afsluiting

**Opgave 35**

a De voortplantingssnelheid bereken je met de formule voor de golfsnelheid.
De golflengte volgt uit de formule voor de voorwaarde voor twee vaste uiteinden.
De waarde van *n* volgt uit de tekst.

De staaf trilt in de grondtoon. Dus $n = 1$.

$\ell = n \cdot \frac{1}{2}\lambda$

$\ell = 7{,}5$ cm $= 7{,}5 \cdot 10^{-2}$ m (afstemmen eenheden)

$7{,}5 \cdot 10^{-2} = 1 \cdot \frac{1}{2}\lambda$

$\lambda = 15 \cdot 10^{-2}$ m

$v = f \cdot \lambda$

$f = 392$ Hz

$v = 392 \times 15 \cdot 10^{-2}$ -58,88 m/s

Afgerond: $v = 59$ m/s

b De ‘dong’ heeft een lagere frequentie. De klankstaven zijn even lang. Hieruit volgt dat ook de golflengtes die bij ‘ding’ en ‘dong’ horen even groot zijn. Uit $v = f \cdot \lambda$ volgt dat bij gelijke golflengte maar lagere frequentie van ‘dong’ ook de voortplantingssnelheid $v$ lager is.

c De tijd bereken je met de elektrische energie en het vermogen van de elektrische stroom.
De elektrische energie bereken je met het rendement en de zwaarte-energie.
De zwaarte-energie bereken je met de formule voor de zwaarte-energie.

$E_{zw} = m \cdot g \cdot h$

$m = 12$ g $= 12 \cdot 10^{-3}$ kg

$g = 9{,}81$ m/s$^2$

$h = 25$ mm $= 25 \cdot 10^{-3}$ m

$E_{zw} = 12 \cdot 10^{-3} \times 9{,}81 \times 25 \cdot 10^{-3} = 2{,}943 \cdot 10^{-3}$ J

$$\eta = \frac{E_{zw}}{E_{el}} \cdot 100\%$$

$\eta = 4\%$

$$4 = \frac{2{,}943 \cdot 10^{-3}}{E_{el}} \cdot 100\%$$

$E_{el} = 7{,}357 \cdot 10^{-2}$ J

$P = U \cdot I$

$U = 6{,}0$ V

$I = 0{,}25$ A

$P = 6{,}0 \times 0{,}25 = 1{,}5$ W

$E = P \cdot t$

$E = E_{el} = 7{,}357 \cdot 10^{-2}$ J

$7{,}357 \cdot 10^{-2} = 1{,}5 \times t$

$t = 4{,}905 \cdot 10^{-2}$

Afgerond: $t = 5 \cdot 10^{-2}$ s

d De trillingstijd bereken je met de formule voor de trillingstijd van een massa-veersysteem.
De veerconstante bereken je met formule voor de veerkracht.
De veerkracht volgt uit de zwaartekracht.
De zwaartekracht bereken je met de formule voor de zwaartekracht.

$F_{zw} = m \cdot g$

$m = 12$ g $= 12 \cdot 10^{-3}$ kg

$g = 9{,}81$ m/s$^2$

$F_{zw} = 12 \cdot 10^{-3} \times 9{,}81 = 1{,}177 \cdot 10^{-1}$ N

$F_v = C \cdot u$
$F_v = F_{zw} = 1{,}177 \cdot 10^{-1}$ N (In ruststand is er een krachtenevenwicht)
$u = 4{,}0$ mm $= 4{,}0 \cdot 10^{-3}$ m
$1{,}177 \cdot 10^{-1} = C \times 4{,}0 \cdot 10^{-3}$
$C = 29{,}43$ N/m

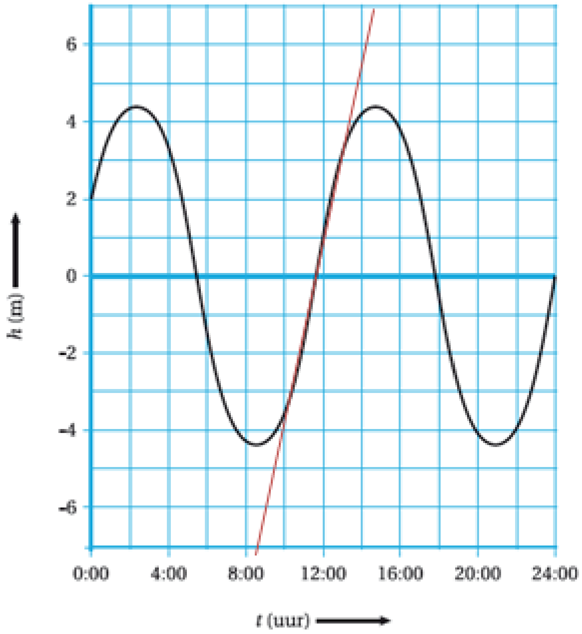
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}012}{29{,}43}} = 0{,}1268 \text{ s}$$

Afgerond: $T$ = 013 s

**Opgave 36**

a De stijgsnelheid volgt uit de maximale steilheid van de raaklijn. Dit is bij de passage door de evenwichtsstand. Zie figuur 9.14.

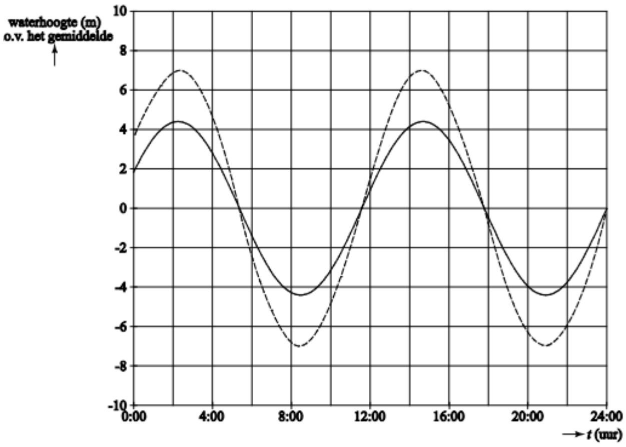



**Figuur 9.14**

De steilheid = $\frac{\Delta h}{\Delta t} = \frac{14 \text{ m}}{(14{,}2\text{-}8{,}8) \text{ uur}} = \frac{14 \cdot 10^2 \text{ cm}}{5{,}6 \times 60 \text{ min}} = 4{,}16 \text{ cm/min}$

Afgerond: stijgsnelheid = 4,2 cm/min

b Zie figuur 9.15.




**Figuur 9.15**

*Toelichting*
Uit figuur 9.72 van het basisboek blijkt dat Saint John halverwege de baai ligt en Cumberland County aan het uiteinde. In de baai ontstaat een staande golf met een buik bij Cumberland County. De waterstand bij Cumberland County verandert in het zelfde tempo en met dezelfde fase als bij Saint John maar met een grotere amplitude.

c In figuur 9.73 zie je slechts één knoop en één buik. De afstand tussen een aangrenzende knoop en buik is $\frac{1}{4}\lambda$ en volgens de figuur is dit de lengte van de baai. Hieruit volgt dat de golflengte 4 maal de baailengte is.

d De golfsnelheid bereken je met de formule voor de golfsnelheid.
De trillingstijd volgt uit figuur 9.17 van het basisboek.
De golflengte bereken je met de lengte van de baai.

$\lambda = 4 \times \ell$
$\ell = 300$ km
$\lambda = 4 \times 300 = 1{,}20 \cdot 10^3$ km $= 1{,}20 \cdot 10^6$ m (Afstemmen eenheden)

$$v = \frac{\lambda}{T}$$

$T = 12{,}4$ uur $= 12{,}4 \times 3600 = 4{,}464 \cdot 10^4$ s (Afstemmen eenheden)

$$v = \frac{1{,}20 \cdot 10^6}{4{,}464 \cdot 10^4} = 26{,}88 \text{ m/s}$$

Afgerond: $v = 26{,}9$ m/s.

e De voorwaarde voor de staande golf in de baai is $\ell = (2n-1) \cdot \frac{1}{4}\lambda$. Bij de eerste piek trilt de waterstand in de grondtoon met $n = 1$. Voor de eerste boventoon geldt $n = 2$ en geldt $\ell = \frac{3}{4}\lambda$. De golflengte is dan 3 keer zo groot. Dus bij $3 \times 300$ km = 900 km.

f Voor golven geldt $v = f \cdot \lambda$. De frequentie van eb en vloed wordt bepaald door de omlooptijden van maan en aarde. Dus de frequentie verandert niet. Wordt de voortplantingssnelheid groter, dan wordt de golflengte dus ook groter. Er treedt pas resonantie op bij een grotere baailengte. Dat wil zeggen dat de piek bij 300 km dichterbij 325 km komt te liggen. De maximale waterstand in de Fundy baai neemt dus toe. De inwoners maken zich dus terecht zorgen.